

металлов резанием определяется отношением вероятностей $P^*/P = N_{0сз}^*/N_{0сз}$ (как показано в табл. 1, $P^*/P \approx 1,2$ с учетом экспериментальных данных [1]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Толочко Н. К., Сергеев К. Л., Петрутик И. М. Влияние модификации смазочно-охлаждающих жидкостей углеродными высокодисперсными материалами на обработку металлов резанием // Вестник машиностроения. 2022. № 8. С. 71—76.
2. Толочко Н. К., Сергеев К. Л. Влияние дисперсности эмульсионной смазочно-охлаждающей жидкости на эффективность магнитно-абразивной обработки // Технология машиностроения. 2014. № 10. С. 31—35.
3. Годлевский В. А., Латышев В. Н., Волков А. В., Маурин Л. Н. Проникающая способность СОТС как фактор эффективности процесса обработки резанием // Трение и износ. 1995. Т. 16. № 5. С. 938—949.
4. Худобин Л. В. Смазочно-охлаждающие технологические средства и их применение при обработке резанием: Справочник / М.: Машиностроение, 2006. 544 с.
5. Киселева Е. В., Марков В. В. Смазочно-охлаждающие технологические средства для обработки металлов резанием / Иваново: ИГЭУ, 2013. 120 с.
6. Williams J. A. The action of lubricants in metal cutting // J. Mechanical Engineering Science. 1977. Vol. 19. No 5. P. 202—212.
7. Wei W. On modelling coolant penetration into the micro-channels at the tool-workpiece interface // J. Manufacturing Processes. 2022. Vol. 84. P. 43—54.
8. Dersoir B. Clogging in micro-channels: from colloidal particle to clog / Doc. These. Universite Rennes, 2015. 163 p.
9. Sharp K. V. Shear-induced arching of particle-laden flows in microtubes // Proc. 2001 ASME Int. Mechanical Engineering Congress and Exposition. Nov. 11—16, 2001, New York, NY. 9 p.
10. Белов В. В., Образцов И. В., Иванов В. К., Коноплев Е. Н. Компьютерная реализация решения научно-технических и образовательных задач: учебное пособие / Тверь: ТвГТУ, 2015. 108 с.
11. Kralchevsky P. A., Nagayama K. Capillary interactions between particles bound to interfaces, liquid films and biomembranes // Adv. Colloid and Interface Science. 2000. Vol. 85. P. 145—192.

УДК 519.23:303.4.025

DOI: 10.34641/TM.2023.255.9.066

Н. А. РАГРИН, д-р техн. наук

Кыргызско-Российский Славянский университет им. Б. Ельцина, г. Бишкек

Д. М. КУРГАНОВА, докторант PhD, У. М. ДЫЙКАНБАЕВА, ст. преподаватель

Кыргызский ГТУ им. И. Раззакова, г. Бишкек

E-mail: n_ragrin@mail.ru

Разработка методов статистического анализа эмпирических технических исследований

В статье определены методы корреляционного анализа связи неслучайных входных факторов и случайных результатов исследований, разработаны методы регрессионного анализа эмпирических статистических зависимостей, и методы построения эмпирических моделей.

The article defines methods of correlation analysis of the connection between non-random input factors and random research results, developed methods for regression analysis of empirical statistical dependencies, and methods for constructing empirical models.

Ключевые слова: технические исследования, статистические методы, корреляция, регрессия, эмпирические модели

Key words: technical studies, statistical methods, correlation, regression, empirical models

ВВЕДЕНИЕ

Известные статистические методы обработки результатов исследований включают корреляционный анализ наличия и значимости связи случайных величин и регрессионный анализ количественных характеристик этой связи.

Эмпирические технические исследования отличаются сравнительно небольшими объемами выборок при проведении экспериментов по причине их большой трудоемкости. Например, объемы выборок исследований по обработке материалов резанием ограничены количеством режущих инструментов, обрабатываемых материалов, техническими возможностями технологического оборудования и приспособлений, средств контроля результатов. Поэтому, статистические методы обработки результатов эмпирических технических исследований должны учитывать относительное небольшое число измерений.

Вместе с тем, планирование эмпирических технических исследований оперирует такими понятиями, как входные независимые факторы и выходные зависимые — результаты исследований. Воздействию случайных факторов подвержены результаты исследований, к которым в полной мере приемлемы все статистические методы обработки. Входными, независимыми факторами, как правило, являются технологические параметры процесса изготовления изделий. Например, при обработке резанием это параметры режима резания: скорость резания, подача, глубина резания, которые имеют строго фиксированные значения, не являющиеся случайными величинами. Поэтому разработка методов статистического анализа эмпирических технических исследований при наличии неслучайных входных факторов и случайных результатов исследований с целью построения эмпирических моделей, является актуальной проблемой.

Цель исследований. Разработка методов статистического анализа эмпирических техни-

ческих исследований при наличии неслучайных входных факторов и случайных результатов исследований с целью построения эмпирических моделей.

Анализ проблемы и разработка задач исследований

Важную роль в выборе метода статистического анализа играет правильный выбор закона распределения результатов измерений. Эмпирические технические исследования проводятся в условиях воздействия большого количества взаимонезависимых случайных факторов. Известно, в условиях влияния большого количества взаимонезависимых случайных факторов, следует ожидать нормальное распределение результатов измерений по закону Гаусса.

Проверка гипотезы о нормальности распределения является частью корреляционного анализа и при числе результатов измерений от 15 до 50, методы проверки нормальности распределения регламентированы ГОСТом [1]. При подтверждении нормальности распределений исследуемых случайных величин для оценки наличия и значимости связи между ними, используется коэффициент линейной корреляции Пирсона.

Коэффициент линейной корреляции Пирсона определяет лишь наличие и значимость связи, но не вид (математическое выражение) этой связи. Наличие значимой связи позволяет применить методы регрессионного анализа для определения коэффициентов регрессии статистических математических зависимостей, выражающих характер влияния входных факторов на результаты исследований.

На основании вышеприведенного анализа и в соответствии с целью исследований определены задачи исследований:

1. Определить методы корреляционного анализа наличия и значимости связи неслучайных входных факторов и случайных выходных результатов эмпирических технических исследований;

2. Определить методы регрессионного анализа эмпирических статистических зависимостей, отражающих характер влияния неслучайных входных факторов на случайные результаты исследований;

3. Разработать методы построения эмпирических моделей влияния неслучайных входных факторов на случайные результаты исследований.

Методы подготовки и проведения исследований

Для решения представленных задач и в соответствии с целью работы, использовались результаты эмпирических исследований по влиянию параметров режима резания спиральными сверлами на степень наклепа поверхности просверленных отверстий [2]. Использовались спиральные сверла по ГОСТ [3], диаметром 11,0 мм из быстрорежущей стали Р6М5 класса точности В1, с осевым биением режущих кромок 0,3 мм и класса точности А1, с осевым биением 0,06 мм. Для обеспечения осевого биения 0,06 мм, задние поверхности режущей части сверл класса точности А1 затачивались по двухплоскостной заточке с доводкой алмазным инструментом. Сверлились сквозные отверстия глубиной, равной трем диаметрам сверла в заготовках из стали 45 180 НВ с поливом СОЖ — 5 % водным раствором эмульсола Укринол 1. Для обеспечения установочных и измерительных баз, заготовки фрезеровались и шлифовались с шести сторон.

Твердость поверхности просверленных отверстий измерялась в единицах HRC. Для обеспечения возможности измерений, заготовки фрезеровались в плоскостях параллельных продольным осям каждого ряда отверстий.

Степень наклепа рассчитывалась по формуле

$$\Delta HRC = \frac{HRC_{оп} - HRC_{исх}}{HRC_{исх}} 100 \%,$$

где $HRC_{оп}$ — твердость обработанной поверхности; $HRC_{исх}$ — исходная твердость материала заготовок.

Решение первой задачи исследований

В табл. 1 представлены результаты измерений степени наклепа поверхности отверстий, просверленных сверлами класса точности В1.

В табл. 1 видно наличие степени наклепа поверхности отверстий, но определить значимость влияния параметров режима резания на степень наклепа без применения методов корреляционного анализа не представляется возможным. Для применения методов корреляционного анализа к результатам исследований, представленных в табл. 1, использовалась методика по определению нормальности распределения результатов измерений регламентированная ГОСТом [1]. Критерий 1 и критерий 2 [1] подтвердили, нормальность распределения степени наклепа (табл. 1) по закону Гаусса. Это позволяет использовать коэффициент линейной корреляции Пирсона для оценки наличия и значимости связи параметров режима резания с результатами исследований, представленных в табл. 1. Коэффициент линейной корреляции Пирсона рассчитывался по формуле [3]

$$r = \frac{\sum (x_i - M_x)(y_i - M_y)}{(N - 1)\sigma_x\sigma_y}, \quad (1)$$

где x_i и y_i — случайные величины, M_x и M_y — математические ожидания случайных величин, N — объем выборки, σ_x и σ_y — средние

Таблица 1

V, м/мин	S, мм/об					
	0,078	0,1	0,13	0,16	0,20	0,25
	$\Delta HRC, \%$					
2,18					43,75	46,25
2,76				50	53,75	32,5
3,45			85	42,5	58,75	62,5
4,32		141,25	153,75	116,25	140	107,5
5,53	57,5	56,25	50	100	67,5	60

квадратичные отклонения случайных величин. После подстановки выражений среднеквадратичных отклонений, формула (1) примет вид [3]

$$r = \frac{\sum (x_i - M_x)(y_i - M_y)}{\sqrt{\sum (x_i - M_x)^2 \sum (y_i - M_y)^2}}. \quad (2)$$

Как было отмечено выше, планирование эмпирических технических исследований оперирует неслучайными входными факторами (x) — параметрами режима резания, и случайными выходными результатами измерений (y). Если в формуле (2) математические ожидания представить в виде средних значений $\bar{x}$ и $\bar{y}$, то формула для расчета коэффициента корреляции примет вид

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}. \quad (3)$$

Таблица 2

S, мм/об	связь V — ΔHRC		V, м/мин	связь S — ΔHRC	
	r			r	
0,2	0,479	не значим	4,32	0,68	не значим
0,25	0,51	не значим	5,53	0,216	не значим

Таблица 3

V, м/мин	S, мм/об					
	0,078	0,1	0,13	0,16	0,20	0,25
	ΔHRC, %					
2,18					37,5	52,5
2,76				20,9	35	58,25
3,45			17,9	38,25	46,25	53,75
4,32		16,3	19,1	33,75	43,75	60
5,53	33,4	42,5	37,5	44,5	56,25	75,4

Таблица 4

S, мм/об	связь V — ΔHRC		V, м/мин	связь S — ΔHRC	
	r			r	
0,2	0,9075	значим	4,32	0,99	значим
0,25	0,887	значим	5,53	0,934	значим

Формулу (3), можно использовать для расчета коэффициента корреляции Пирсона между неслучайными входными факторами и случайными результатами измерений.

В табл. 2 показаны рассчитанные по формуле (3) коэффициенты корреляции, и результаты проверки их значимости по таблице приложения 6 [3].

Из табл. 2 видно, что все коэффициенты корреляции меньше критических значений (приложение 6 [3]).

В табл. 3 представлены результаты измерений степени наклепа поверхности отверстий, просверленных сверлами класса точности А1 с двухплоскостной заточкой задних поверхностей режущей части.

Из табл. 3 видно наличие степени наклепа поверхности просверленных отверстий. При этом наблюдается некоторая прямая связь степени наклепа от скорости резания и подачи. Для оценки значимости этой связи по коэффициенту линейной корреляции Пирсона, необходимо подтвердить нормальность распределения степени наклепа. Критерий 1 и критерий 2, регламентированные ГОСТом [1], подтвердили нормальность распределения результатов измерений (табл. 3) по закону Гаусса, что позволяет использовать формулу (3) для расчета коэффициентов линейной корреляции Пирсона, представленных в табл. 4.

Из табл. 4 видно, все коэффициенты корреляции значимые, т.е. превышают критические значения, представленные в приложении 6 [3], при этом корреляция между подачей и степенью наклепа более значимая.

На рис. 1 и 2 показаны графики зависимостей степени наклепа от параметров режима резания, построенные по результатам исследований представленных в табл. 3.

Графики зависимостей (рис. 1 и 2) подтверждают результаты корреляционного анализа, представленного в табл. 4, зависимость степени наклепа от параметров режима резания на обоих графиках явно выражена, при этом подача влияет на степень наклепа в большей

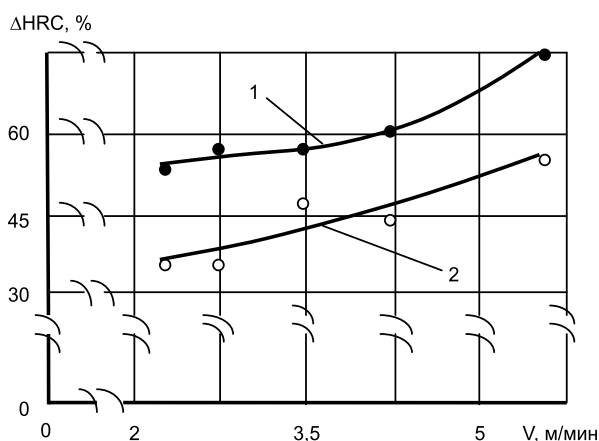


Рис. 1. Зависимость степени наклепа от скорости резания: 1 — $S = 0,25$ мм/об; 2 — $S = 0,2$ мм/об

степени (рис. 2), по сравнению со скоростью резания (рис. 1).

Решение второй задачи исследований

Корреляционный анализ определил наличие и значимость изменений случайной величины степени наклепа при изменении параметров режима резания. Следующей, более высокой ступенью исследований, является определение точных количественных характеристик этих изменений. При нормальном распределении случайной величины, каждому значению параметра режима резания соответствует определенная дисперсия и среднее значение степени наклепа. Изменение дисперсии характеризуется изменением точности контроля случайной величины, что в данном случае не существенно. Поэтому, более важно определить изменение средних значений случайной величины — регрессию. Определение коэффициентов регрессии статистических зависимостей является задачей регрессионного анализа, при котором дисперсия используется лишь для оценки точности полученных результатов. Наибольшую точность расчетов коэффициентов регрессии дает принцип наименьших квадратов, согласно которому, в качестве меры рассеивания случайной величины берутся средние значения из суммы квадратов ее отклонений. Этот принцип лежит в основе оп-

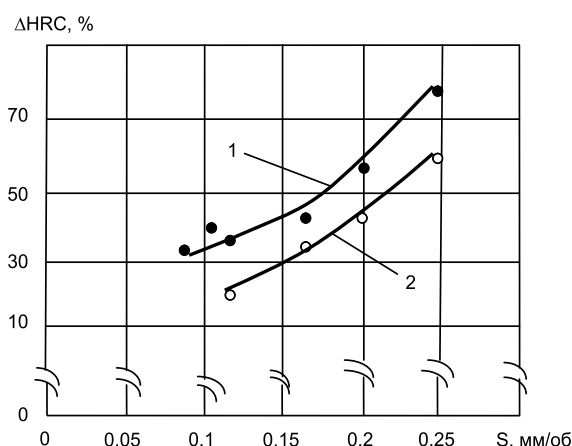


Рис. 2. Зависимость степени наклепа от подачи: 1 — $V = 5,53$ м/мин; 2 — $V = 4,32$ м/мин

ределения коэффициентов регрессии a и b линейной зависимости случайной величины y от неслучайной величины x в виде $y = a + bx$ [5]. Согласно представленной методике [5], коэффициенты регрессии определяются следующим образом

$$a = \frac{\sum y_i - b \sum x_i}{N}, \quad (4)$$

$$b = \frac{N \sum y_i x_i - \sum y_i \sum x_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}. \quad (5)$$

Коэффициент корреляции расчетных и эмпирических результатов исследований определяется по формуле

$$r = b \sqrt{\frac{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{N \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}}, \quad (6)$$

степень близости коэффициента корреляции к единице определяет степень линейности найденной зависимости.

Правильность вычислений проверяется по формуле

$$\sum (y_i + x_i)^2 = \sum y_i^2 + 2 \sum y_i x_i + \sum x_i^2.$$

Кроме расчета коэффициентов регрессии по формулам (4) и (5), линейность графиков зависимостей представленных на рис. 1 и 2, можно определить методом сравнения коэф-

коэффициентов корреляции линейной и нелинейных зависимостей. Кривые графиков (рис. 1 и 2) могут быть описаны степенной зависимостью, в виде $y = ax^b$ и экспоненциальной зависимостью, в виде $y = ae^{bx}$. Обе эти зависимости могут быть представлены в линейном виде после логарифмирования. Степенная зависимость в виде $\ln y = \ln a + b \ln x$, экспоненциальная — $\ln y = \ln a + bx$.

Тогда формулы для расчета коэффициентов регрессии (4) и (5) и коэффициента корреляции (6) степенной зависимости примут вид:

$$\begin{aligned}\ln a &= \frac{\sum \ln y_i - b \sum \ln x_i}{N}, \\ a &= e^{\ln a}, \\ b &= \frac{N \sum \ln y_i \ln x_i - \sum \ln y_i \sum \ln x_i}{N \sum \ln x_i^2 - (\sum \ln x_i)^2}, \\ r &= b \sqrt{\frac{N \sum \ln x_i^2 - (\sum \ln x_i)^2}{N \sum \ln y_i^2 - (\sum \ln y_i)^2}}.\end{aligned}$$

Правильность вычислений проверяется по формуле

$$\sum (\ln y_i + \ln x_i)^2 = \sum \ln y_i^2 + 2 \sum \ln y_i \ln x_i + \sum \ln x_i^2.$$

Формулы для расчета коэффициентов регрессии (4) и (5) и коэффициента корреляции (6) экспоненциальной зависимости примут вид:

$$\begin{aligned}\ln a &= \frac{\sum \ln y_i - b \sum x_i}{N}, \\ a &= e^{\ln a}, \\ b &= \frac{N \sum \ln y_i x_i - \sum \ln y_i \sum x_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}, \\ r &= b \sqrt{\frac{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{N \sum \ln y_i^2 - (\sum \ln y_i)^2}}.\end{aligned}$$

Правильность вычислений проверяется по формуле

$$\sum (\ln y_i + x_i)^2 = \sum \ln y_i^2 + 2 \sum \ln y_i x_i + \sum x_i^2.$$

В табл. 5 показаны результаты аппроксимации по методу наименьших квадратов графических зависимостей (рис. 1 и 2) и их коэффициентов корреляции.

В табл. 5 коэффициенты корреляции близки по величине, что не позволяет выбрать наиболее адекватные из них результатам исследований для построения эмпирической модели.

Таблица 5

S, мм/об	Зависимости	r	V, м/мин	Зависимости	r
0,25	$\Delta HRC = 37,61 + 6,13V$	0,88	5,53	$\Delta HRC = 16,51 + 225,46S$	0,94
0,25	$\Delta HRC = 39,5V^{0,33}$	0,84	5,53	$\Delta HRC = 155,67S^{0,62}$	0,9
0,25	$\Delta HRC = 41,8e^{0,096V}$	0,89	5,53	$\Delta HRC = 23,8e^{4,368S}$	0,95
0,2	$\Delta HRC = 22,85 + 5,73V$	0,9	4,32	$\Delta HRC = 328,64S - 21,65$	0,9
0,2	$\Delta HRC = 24,72V^{0,448}$	0,88	4,32	$\Delta HRC = 650,74S^{1,68}$	0,9
0,2	$\Delta HRC = 27,137e^{0,127V}$	0,9	4,32	$\Delta H = 6,87e^{8,96S}$	0,9

Таблица 6

S, мм/об	Зависимости	Ср. Δ, %	V, м/мин	Зависимости	Ср. Δ, %
0,25	$\Delta HRC = 37,61 + 6,13V$	6,1	5,53	$\Delta HRC = 16,51 + 225,46S$	12,3
0,25	$\Delta HRC = 39,5V^{0,33}$	6,6	5,53	$\Delta HRC = 155,67S^{0,62}$	11,3
0,25	$\Delta HRC = 41,8e^{0,096V} (7)$	5,5	5,53	$\Delta HRC = 23,8e^{4,368S} (9)$	8,0
0,2	$\Delta HRC = 22,85 + 5,73V$	7,2	4,32	$\Delta HRC = 328,64S - 21,65$	11,3
0,2	$\Delta HRC = 24,72V^{0,448}$	7,8	4,32	$\Delta HRC = 650,74S^{1,68}$	9,4
0,2	$\Delta HRC = 27,137e^{0,127V} (8)$	6,7	4,32	$\Delta H = 6,87e^{8,96S} (10)$	9,3

Таблица 7

S, мм/об	V = 5,53 м/мин			V = 4,32 м/мин		
	ΔHRC факт.	ΔHRC расч.	Δ, %	ΔHRC факт.	ΔHRC расч.	Δ, %
0,25	75,4	73,0	2,4	60	63,91	6,5
0,2	56,25	52,28	7,1	43,75	45,76	4,6

Наиболее адекватные из найденных зависимостей можно определить методом сравнительного анализа величины средней ошибки расчетов (Ср. Δ, %) (табл. 6).

В табл. 6 минимальную среднюю ошибку расчетов на подаче 0,25 мм/об имеет зависимость (7), а на подаче 0,2 мм/об — зависимость (8). Минимальную среднюю ошибку расчетов на скорости резания 5,53 м/мин имеет зависимость (9), а на скорости резания 4,32 м/мин — зависимость (10). Зависимости (7), (8), (9), (10) (табл. 6) являются наиболее адекватными результатам исследований, поэтому эти зависимости использованы для построения эмпирической модели исследований.

Решение третьей задачи исследований

Первым этапом построения эмпирической модели является определение средних значений коэффициентов регрессии b зависимостей (7), (8), (9), (10) (табл. 6) и приведение указанных четырех статистических зависимостей в одну, следующим образом

$$\Delta HRC = ae^{\frac{0,096 + 0,127}{2}V + \frac{4,368 + 8,96}{2}S} = ae^{0,11V + 6,68S} \quad (11)$$

Следующий этап построения эмпирической модели заключается в определении коэффициента регрессии a зависимости (11) использованием результатов исследований, представленных в табл. 3 следующим образом

$$a_i = \frac{\Delta HRC_i}{e^{0,11V + 6,68S}},$$

$$a = \frac{\sum a_i}{N}.$$

В результате применения настоящей методики получена эмпирическая модель, позволяющая определить степень наклепа при варьировании скоростью резания и подачей в виде

$$\Delta HRC = 7,48e^{0,11V + 6,68S} \quad (12)$$

Проведен сравнительный анализ адекватности эмпирической модели (12) результатам

настоящих исследований (табл. 7), который позволил определить фактические и рассчитанные значения степени наклепа поверхности отверстий и погрешность расчетов.

Средняя погрешность расчетов эмпирической модели (12) составила 5,15 % (табл. 7).

ВЫВОДЫ

1. Определены методы корреляционного анализа связи неслучайных входных факторов и случайных результатов исследований, на основе нормальности распределения результатов измерений и расчета коэффициентов корреляции по предложенной зависимости.
2. Разработаны методы регрессионного анализа эмпирических статистических зависимостей, и сравнительного анализа адекватности расчетных и эмпирических данных.
3. Разработаны методы построения эмпирических моделей, включающие методы приведения нескольких статистических зависимостей в одну и методы анализа адекватности модели результатам исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ Р 8.736—2011 Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений / М.:Стандартинформ, 2013. 19 с.
2. Рагрин Н. А., Дыйканбаева У. М., Айнабекова А. А., Курганова Д. М. Научные основы упрочнения поверхностного слоя просверленных отверстий // Технология машиностроения. 2022. № 12. С. 21—26.
3. ГОСТ 10903—77 Сверла спиральные с коническим хвостовиком. Основные размеры. Дата введения 01.01.79.
4. Наследов А. Д. Математические методы психологического исследования. Анализ и интерпретация данных. Учебное пособие / СПб.: Речь, 2004. 392 с.
5. Пустыльник Е. И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений / М.: Наука, 1968. 288 с.